

Конформные и геодезические отображения на Риччи-симметрические пространства

В. Е. Березовский

(Уманский национальный университет садоводства, ул.Институтская, д. 1, г.Умань, Черкасская обл., 20305, Украина)

E-mail: berez.volod@gmail.com

Й. Микеш

(Университет Палацкого в Оломоуце, ул. 17 Листопада, д. 12, г. Оломоуц, 77147, Чешская республика)

E-mail: josef.mikes@upol.cz

Е. В. Черевко

(Одесский национальный экономический университет, ул.Преображенская, 8, м.Одесса, 65082, Украина)

E-mail: cherevko@usa.com

Конформные отображения римановых пространств рассматривались во многих работах. Эти отображения имеют существенное приложение в общей теории относительности.

Вопрос о том, допускает или не допускает риманово пространство конформное отображение на некоторое пространство Эйнштейна был сведен Г. Бринкманом [1] к проблеме существования решения некоторой нелинейной системы дифференциальных уравнений типа Коши относительно неизвестных функций. Эта задача детально изложена в монографии А. З. Петрова [2].

В работах [3, 4] основные уравнения указанных отображений сведены к линейной системе дифференциальных уравнений в ковариантных производных.

Теория геодезических отображений идейно восходит к работе Т. Леви-Чивита [5], в которой он поставил и решил в специальной системе координат задачу о нахождении собственно римановых пространств с общими геодезическими. Примечательно, что она была связана с изучением уравнений динамики механических систем. Затем теория геодезических отображений развивалась в работах Томаса, Вейля, Широкова, Солодовникова, Синюкова, Микеша и других.

Самыми известными уравнениями геодезических отображений являются уравнения Леви-Чивита. Затем Г. Вейль получил эти уравнения и для геодезических отображений аффинносвязных пространств.

Н. С. Синюков [6] доказал, что основные уравнения геодезических отображений (псевдо)-римановых пространств эквивалентны некоторой линейной системе уравнений типа Коши в ковариантных производных.

В работе [7] эти результаты обобщены на случай геодезических отображений эквиаффинных пространств на (псевдо)-римановы пространства.

Аффинносвязное или риманово пространство называют Риччи-симметрическим, если тензор Риччи в нем абсолютно параллелен. Таким образом, Риччи-симметрические пространства $\bar{A}_n(\bar{V}_n)$ характеризуются условием

$$\bar{R}_{ij|k} = 0,$$

где символ $|$ обозначает ковариантную производную в $\bar{A}_n(\bar{V}_n)$, \bar{R}_{ij} – тензор Риччи пространства $\bar{A}_n(\bar{V}_n)$.

В работе [8] рассмотрены конформные отображения римановых пространств V_n на Риччи-симметрические римановы пространства \bar{V}_n . Основные уравнения таких отображений получены в виде замкнутой системы уравнений типа Коши в ковариантных производных. Установлено

количество существенных параметров, от которых зависит общее решение полученной системы уравнений типа Коши в ковариантных производных.

В работе [9] изучены геодезические отображения пространств аффинной связности A_n на Риччи-симметрические пространства \bar{A}_n . Основные уравнения указанных отображений получены в виде замкнутой системы уравнений типа Коши в ковариантных производных. Установлено количество существенных параметров, от которых зависит общее решение полученной системы уравнений типа Коши в ковариантных производных.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н. W. Brinkmann. Einstein spaces which are mapped conformally on each other. *Mathematische Annalen*, 94(1):119–145, 1925.
- [2] А. З. Петров. *Новые методы в общей теории относительности*, Наука 496 с. 1966.
- [3] Й. Микеш, М. Л. Гаврильченко, Е. И. Гладышева. О конформных отображениях на пространства Эйнштейна. *Вестн. Моск. ун-та*, No 3:13–17, 1994.
- [4] L. E. Evtushik, I. Hinterleitner, N. I. Guseva, J. Mikeš. Conformal mappings onto Einstein spaces. *Russian Mathematics*, 60(10):5–9, 2016.
- [5] T. Levi-Civita. Sulle trasformazioni delle equazioni dinamiche. *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, 24(1):252–300, 1896.
- [6] Н. С. Синюков. *Геодезические отображения римановых пространств*, М., Наука, 256 с. 1979.
- [7] J. Mikeš, V. E. Berezovski. Geodesic mappings of affinely connected spaces onto Riemannian spaces. *Publ. Comp. Colloq. Math. Soc. J. Bolyai*, 56:491–494, 1992.
- [8] V. E. Berezovskii, N. I. Guseva, I. Hinterleitner, J. Mikeš. Conformal mappings of Einstein spaces onto Ricci symmetric spaces. *Mathematical Notes*, 103(1-2):304–307, 2018.
- [9] V. E. Berezovskii, I. Hinterleitner, J. Mikeš. Geodesic mappings of manifolds with affine connection onto the Ricci symmetric manifolds. *Filomat*, 32(2):379–385, 2018.